

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور، دی ماه ۱۴۰۲			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>			

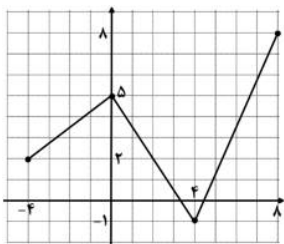
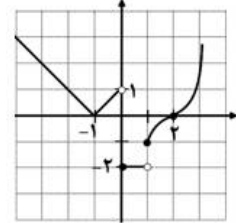
ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است	نمره
------	--	------

۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) دوره تناوب تابع <math>y = 5 \cos \frac{x}{2} + 1</math> برابر با <math>4\pi</math> است.</p> <p>ب) تابع تانژانت در بازه <math>(-\pi, \pi)</math>، تابعی صعودی است.</p> <p>پ) تابعی وجود ندارد که برای آن شرایط <math>f(a) = 0</math> و <math>f'(a) = 0</math> برقرار باشد.</p> <p>ت) حاصل حد <math>\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{\sin x}</math> برابر با <math>-\infty</math> است.</p>	۱
۲۰	<p>نمودار تابع <math>f(x)</math> به صورت زیر است. نمودار تابع <math>g(x) = -3f\left(\frac{x}{2}\right) + 2</math> را رسم کرده و سپس برد تابع <math>g(x)</math> را تعیین کنید.</p>	۱
۳	<p>ابتدا نمودار تابع <math>f(x) = \begin{cases} (x-2)^3 &amp; x \geq 1 \\ -2 &amp; 0 \leq x &lt; 1 \\  x+1  &amp; x &lt; 0 \end{cases}</math> را رسم کنید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه‌ای اکیداً صعودی و در چه بازه‌ای اکیداً نزولی است.</p>	۱/۵
۴	<p>اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای <math>P(x) = 3x^2 + mx + 2m + 1</math> بر <math>x - 2</math> برابر ۳ باشد، باقی مانده تقسیم چند جمله ای <math>f(x) = mx^2 - mx + 3</math> بر <math>x + 2</math> را تعیین کنید.</p>	۱
۵	<p>نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه <math>y = a \sin(bx) + c</math> است. با توجه به نمودار، ضابطه آن را بنویسید.</p>	۱/۲۵
۶	معادله مثلثاتی $\sqrt{3} \tan 3x - 1 = 0$ را حل کنید.	۱/۲۵

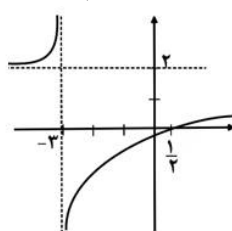
«ادامه سؤالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی و فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲	نام و نام خانوادگی :
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور، دی ماه ۱۴۰۲ مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>			

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است	نمره
۷	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4 - x + x^2}{5 - 2x^2}$	۱/۲۵
۸	مجانبات های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{4 - 3x - x^2}$ را در صورت وجود بیابید.	۱/۵
۹	تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \leq 1 \\ x + 1 & x > 1 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. مشتق پذیری تابع را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.	۱/۲۵
۱۰	مشتق توابع زیر را به دست آورید. ( ساده کردن مشتق الزامی نیست. ) الف) $f(x) = \frac{\Delta \tan x}{1 - \sin x}$ ب) $g(x) = \cos^y(x^2)$ پ) $h(x) = (3x + 5)^6$	۲/۲۵
۱۱	اگر $f(x) = 2x^3 + 1$ و $g(x) = \sqrt{x}$ باشند، حاصل $(f + g)'(4) + (f \times g)'(1)$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۲	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x + 5}$ را وقتی متغیر از $x = -1$ به $x = 4$ تغییر می کند به دست آورید.	۰/۷۵
۱۳	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ را روی بازه $[-2, 3]$ بیابید.	۱/۲۵
۱۴	نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ ، نقطه $(1, -1)$ می باشد، مقدار $a$ و $b$ را بیابید.	۱/۵
۱۵	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{2x - 1}{x + 3}$ را رسم کنید.	۱/۷۵
۲۰	موفق و سربلند باشید.	جمع نمره

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲		
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور، دی سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره
۱	الف) درست (صفحه ۲۷ کتاب) (۰/۲۵) پ) نادرست (صفحه ۱۱۰ کتاب) (۰/۲۵)	ب) نادرست (صفحه ۳۱ کتاب) (۰/۲۵) ت) درست (صفحه ۵۳ کتاب) (۰/۲۵)		
۲	(صفحه ۱۲ کتاب) $R = [-1, 8]$ (۰/۵)			۱  (رسم شکل ۰/۵)
۳	(صفحه ۲۱ کتاب) اکیداً صعودی $[1, +\infty)$ و $[-1, 0)$ (۰/۵) اکیداً نزولی $(-\infty, -1]$ (۰/۲۵)			۱/۵  (رسم شکل ۰/۷۵)
۴	(صفحه ۲۲ کتاب) $p(r) = 3 \Rightarrow 12 + 2m + 2m + 1 = 3 \Rightarrow 4m = -10 \Rightarrow m = -\frac{5}{2}$ (۰/۵) $f(-2) = -\frac{5}{2}(-2)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)(-2) + 3 = -12$ (۰/۲۵)			۱
۵	(صفحه ۳۳ کتاب) $T = 6 \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 6 \Rightarrow  b  = \frac{\pi}{3}$ (۰/۲۵) $\left. \begin{matrix} \max = 6 \\ \min = -2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{cases}  a  + c = 6 \\ - a  + c = -2 \end{cases} \rightarrow 2c = 4 \rightarrow c = 2 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow  a  = 4 \text{ (۰/۲۵)}$ $y = a \sin bx + c \rightarrow y = -4 \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) + 2$ (یا) $y = +4 \sin\left(-\frac{\pi}{3}x\right) + 2$ (۰/۵)			۱/۲۵
۶	(صفحه ۴۴ کتاب) $\tan 3x = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ (۰/۵)} \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow$ $x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{18}, k \in \mathbb{Z} \text{ (۰/۵)}$			۱/۲۵

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲		
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور، دی سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره
۷	<p>الف) (صفحه ۵۳ کتاب) <math>\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{\cancel{(x+5)}(x-3)}{\cancel{(x+5)}(x+5)} = \frac{-8}{-} = +\infty</math> (۰/۲۵)   <math>\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{(x+5)(x-3)}{(x+5)(x+5)} = \frac{-8}{0} = +\infty</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) (صفحه ۵۸ کتاب) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 4}{-2x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{-2x^2} = -\frac{1}{2}</math> (۰/۲۵)</p>			۱/۲۵
۸	<p>(صفحه ۶۹) <math>-x^2 - 3x + 4 = 0 \rightarrow x = 1, x = -4</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>x = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{-x^2 - 3x + 4} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(-x-4)} = -\frac{2}{5}</math> (۰/۲۵) پس قائم نیست</p> <p><math>x = -4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 1}{-x^2 - 3x + 4} = \frac{15}{0} = \infty</math> (۰/۲۵) پس <math>x = -4</math> مجانب قائم است.</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{4 - 3x - x^2} = -1 \Rightarrow y = -1</math> (۰/۲۵) مجانب افقی</p>			۱/۵
۹	<p>(صفحه ۸۹ کتاب)</p> <p><math>f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1-2}{x-1} = 1</math> (۰/۵)</p> <p><math>f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{x-1} = 3</math> (۰/۵)</p> <p><math>f'_+(1) \neq f'_-(1)</math> در نتیجه تابع در <math>x = 1</math> مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)</p>			۱/۲۵
۱۰	<p>الف) <math>f'(x) = \frac{\overbrace{\Delta(1 + \tan^2 x)(1 - \sin x)}^{(۰/۵)} - \overbrace{(-\cos x)(\Delta \tan x)}^{(۰/۵)}}{\underbrace{(1 - \sin x)^2}_{(۰/۲۵)}}</math> (صفحه ۱۰۱)</p> <p>ب) <math>g'(x) = -7 \cos^6(x^2) \times 2x \times \sin(x^2)</math> (۰/۵) (صفحه ۹۶)</p> <p>پ) <math>h'(x) = 6 \times 3 \times (3x + 5)^5</math> (۰/۵)</p>			۲/۲۵

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه												
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲														
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور، دی سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir														
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره												
۱۱	(صفحه ۱۰۱ کتاب)			۱/۵												
$(f+g)'(4) = f'(4) + g'(4) = (6(4)^2) + \frac{1}{2\sqrt{4}} = 96 + \frac{1}{4} \quad (0/25)$ $f'(1)g(1) + g'(1)f(1) = (6)(1) + \left(\frac{1}{4}\right)(3) = 6 + \frac{3}{4} \quad (0/25)$ $(f+g)'(4) + (f \times g)'(1) = 96 + \frac{1}{4} + 6 + \frac{3}{4} = \frac{415}{4} \quad (0/5)$																
۱۲	(صفحه ۱۱۰ کتاب)			۰/۷۵												
$\frac{f(4) - f(-1)}{4 - (-1)} = \frac{3 - 2}{5} = \frac{1}{5} \quad (0/25)$																
۱۳	(صفحه ۱۲۶ کتاب) غ ق ق			۱/۲۵												
$y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0 \quad (0/25), \quad x = 4 \notin [-2, 3] \quad (0/25)$ $\underbrace{f(-2) = -32, \quad f(0) = 0, \quad f(3) = -27}_{(0/25)}$ $= 0 \text{ ماکزیمم مطلق} \quad (0/25) \quad \quad -32 \text{ مینیمم مطلق} \quad (0/25)$																
۱۴	(صفحه ۱۳۶ کتاب)			۱/۵												
$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ $f(1) = -11 \Rightarrow 1 + a + b = -11 \quad (0/5)$ $f''(1) = 0 \Rightarrow 6(1) + 2a = 0 \quad (0/5) \Rightarrow a = -3 \quad (0/25) \Rightarrow b = -9 \quad (0/25)$																
۱۵	(صفحه ۱۴۴ کتاب)			۱/۷۵												
$y' = \frac{2(x+3) - 1(2x-1)}{(x+3)^2} = \frac{7}{(x+3)^2} > 0 \quad (0/25) \quad \text{اکیداً صعودی}$ $x = -3 \quad \text{مجانب قائم} \quad (0/25) \quad \quad y = 2 \quad \text{مجانب افقی} \quad (0/25)$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"><table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"><tr><td>x</td><td><math>-\infty</math></td><td>-3</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td></td><td><math>\nearrow +\infty</math></td><td></td><td><math>\nearrow 2</math></td></tr></table><div style="text-align: center;"><p>رسم شکل (۰/۵)</p></div></div> <p style="text-align: center;">جدول (۰/۵)</p>					x	$-\infty$	-3	$+\infty$	y'	+	+	+		$\nearrow +\infty$		$\nearrow 2$
x	$-\infty$	-3	$+\infty$													
y'	+	+	+													
	$\nearrow +\infty$		$\nearrow 2$													
جمع بارم																
«همکاران گرامی لطفاً به راه حل های صحیح دیگر به تناسب نمره دهید.»																